



**3^ο Διεθνές Συνέδριο
Αρχαίας Ελληνικής
και Βυζαντινής Τεχνολογίας**

**19-21 Νοεμβρίου 2024
ΜΕΓΑΡΟΝ ΜΟΥΣΙΚΗΣ ΑΘΗΝΩΝ**

**3rd International Conference
Ancient Greek
and Byzantine Technology**

**19-21 November 2024
MEGARON THE ATHENS CONCERT HALL**

ΟΡΓΑΝΩΣΗ



ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗΣ
ΤΗΣ ΑΡΧΑΙΟΕΛΛΗΝΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΒΥΖΑΝΤΙΝΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ



Το Διοικητικό Συμβούλιο της Εταιρείας Διερεύνησης της Αρχαιοελληνικής και Βυζαντινής Τεχνολογίας (ΕΔΑΒΥΤ) ανέλαβε την ανάρτηση στην ιστοσελίδα της (www.edabyt.gr), σε ψηφιακή μορφή, των εργασιών του 3^{ου} Διεθνούς Συνεδρίου Αρχαιοελληνικής και Βυζαντινής Τεχνολογίας (Αθήνα 19-21 Νοεμβρίου 2024).

Οι εργασίες είχαν γίνει αντικείμενο κρίσεων και σχολιασμού από την Επιστημονική Επιτροπή. Επιπλέον, έγιναν κι άλλες παρατηρήσεις και σχόλια κατά την συζήτηση που ακολούθησε μετά την προφορική τους παρουσίαση στο Συνέδριο.

Οι εργασίες αναρτώνται όπως κατατέθηκαν από τους συγγραφείς μετά την ολοκλήρωση του Συνεδρίου. Οι συγγραφείς φέρουν την ευθύνη του περιεχομένου της εργασίας τους, τόσο ως προς τις απόψεις τους όσο και ως προς την ακρίβεια και την ορθότητα των στοιχείων που παραθέτουν.

The Board of Directors of the Association for Research on Ancient Greek and Byzantine Technology (EDABYΤ) undertook the posting on its website (www.edabyt.gr) of the papers presented at the 3rd International Conference on Ancient Greek and Byzantine Technology (Athens, November 19-21, 2024).

The papers had been subject to reviews and comments by the Scientific Committee. Additionally, further observations and comments were made during the discussion that followed their oral presentation at the Conference.

The papers are posted as submitted by the authors after the conclusion of the Conference. The authors are responsible for the content of their work, both in terms of their views and the accuracy and correctness of the data they present.



ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΟΙΟΝΕΙ-ΑΥΤΟΚΙΝΗΣΗΣ ΤΗΣ ΕΛΕΠΟΛΕΩΣ ΤΟΥ ΠΟΣΕΙΔΩΝΙΟΥ

Θεοδόσιος Π. Τάσιος¹,

¹ Ομ. Καθηγ. Εθν. Μ. Πολυτεχνείου' e-mail: tassios@central.ntua.gr

Περίληψη. Ο ιστορικός Βίτων (~230π.Χ.) περιγράφει την «Ελέπολιν» του Μακεδόνας Μηχανικού Ποσειδωνίου, την οποία χρησιμοποίησε ο Μ. Αλέξανδρος στην εκστρατεία του. Επρόκειτο για έναν τροχοφόρο (και κριοφόρο) πύργο, ύψους 28m, με βάση διαστάσεων 15x23m, ο οποίος κινούνταν μέσω ενός εσωτερικού εργατοκύλινδρου με κατακόρυφον άξονα [Βίτωνος, «Κατασκευή πολεμικών οργάνων και καταπελτών», § 52.3 κ.ε.].

Είναι η μόνη περίπτωση αρχαίου στρατιωτικού πύργου που δέν ωθούνταν απο μερικές εκατοντάδες στρατιώτες (οι οποίοι να βαδίζουν πεζή στο εσωτερικό του).

Στο άρθρο επιχειρείται μια πλήρης μηχανολογική υπολογιστική ανάλυση της αυτό-κίνησης αυτής της Ελεπόλεως. Προς τούτο (βλ. Σχ. 1), αφού δοθούν εύλογες διαστάσεις (απο άλλες Ελεπόλεις) σε ορισμένα στοιχεία του «μηχανήματος», εκτελούνται οι ακόλουθοι υπολογισμοί:

- Προσδίδεται προένταση στους πρόσθιους και τους οπίσθιους ιμάντες (απο σχοινιά), απομακρύνοντας λίγο τους αντίστοιχους άξονες – έτσι ώστε να είναι διαθέσιμη επαρκής τριβή ιμάντων προς ξυλίνους κύλινδρους
- Η αντίσταση κυλίσεως R σε κάθε τροχό υπολογίζεται απ' το ένα τέταρτο N του συνολικού βάρους (90t) της Ελεπόλης, και συντελεστή αντιστάσεων $k=0,04$, υπολογισμένου απ' την αρχαία γραμματεία (Βιτρούβιος, 10.15.7)
- Οι αξονικές δυνάμεις του ιμάντα συσχετίζονται με την εξίσωση Euler $S_2 = S_1 \cdot e^{-\mu\alpha}$, όπου $\mu=0,27$ ο συντελεστής τριβής σχοινού προς ξύλο, και « α » η γωνία (σε ακτίνια) της περιέλιξης του ιμάντα στον κύλινδρο
- Τριβές στον κύλινδρο $T = S_1 - S_2$
- Ροπή στρέψεως στην άτρακτο $M_2 = T \cdot r_2$
- Απαιτούμενη δύναμη έλκοντος ιμάντος
$$S_1 = (r_3 \cdot 2K) N : [r_2 (1 - e^{-\mu\alpha})]$$
- Ο εργατοκύλινδρος περιστρέφεται απο στρατιώτες που ωθούν εξέχουσες ακτινωτές χειρολαβές (μοχλοβραχίων ℓ_0) με οριζόντια δύναμη « F » η καθεμιά
- Αυτός ο εργατοκύλινδρος στρέφεται πάνω σε μια σιδηροκατασκευή, η οποία ασκεί αντίθετες τριβές (με συντελεστή μ_m).
- Επι πλέον, θα ληφθεί υπόψιν και μια ασυμμετρία (λ') των αντιστάσεων κύλισης πρόσθιων και οπίσθιων τροχών.
- Τη ροπή που ασκούν οι στρατιώτες ($\Sigma F \cdot \ell_0$), μειωμένη με τις τριβές του εργατοκύλινδρου, την εξισώνομε με τη ροπή που ασκούν οι δύο ιμάντες

στον εργατοκύλινδρο ($2T \cdot r_1$), οπότε προκύπτει η τιμή των αναγκαίων ωθήσεων $\Sigma F = \frac{r_1}{l_0} \left[4K \frac{r_3}{r_1} \left(1 + \lambda' \mu' \cdot \frac{1+e^{-\mu\alpha}}{1-e^{-\mu\alpha}} \right) \cdot N + \frac{1}{2} \mu_m G \right]$

Ο τελευταίος όρος λαμβάνει υπόψιν τις τριβές του ίδιου βάρους του εργατοκύλινδρου ($G=2,5t$) στον μεταλλικό πυθμένα που τον στηρίζει.

Τελικώς προκύπτει η ανάγκη δύναμης ωθήσεων 1700kg, η οποία απαιτεί τη λειτουργία 10 ακτινωτών χειρολαβών με 4 στρατιώτες ανα χειρολαβή – δηλαδή 40 στρατιώτες, με 40kg ωστική δύναμη ο καθένας ($40 \times 40 = 1600$, ~1700kg).

Ελέγχεται και η αντοχή των ατράκτων των τροχών, καθώς και του κυλίνδρου του βαρούλκου.

Αποδεικνύεται έτσι ότι ο σχεδιασμός του Ποσειδωνίου ήταν πράγματι ορθός.

Λέξεις Κλειδιά: Στρατ. Τεχνολογία, Ελεπόλεις, Αυτοκίνησις, Εργατοκύλινδρος.

1 Προίμιο

Η εξαιρετική βραχυλογία του Βίτωνος (55.5) περι του «εργατοκύλινδρου», μέσω του οποίου κινούνταν η Ελέπολις του Ποσειδωνίου, αφήνει μεγάλα περιθώρια στην αναζήτηση μιας *εφικτής* λύσεως, η οποία βεβαίως να σέβεται τα ιστορικά δεδομένα. Ο κύριος σκοπός-μας πάντως θα είναι να αποκριθούμε στη σοβαρή άποψη του O. Lendle (1983, 50), για το «τεχνικώς ανέφικτον να επιτευχθεί στροφή των τροχών αυτής της τόσο δύσκολης μηχανής, μέσω καθαρών αντιστάσεων τριβής».

Επειδή απαιτούνται πολλαπλοί έλεγχοι στα επιμέρους στοιχεία της μηχανής, η εδώ παρουσίαση συγχωρείται να αρχίζει απο «προ-αποφασισμένες» διαστάσεις ξυλίνων κυλίνδρων, όπως προέκυψαν απο προηγούμενες αριθμητικές δοκιμές.

Η ξυλεία των κυλίνδρων-αξόνων είναι δρύς, όπως προβλέπεται απ' την αρχαία γραμματεία. Ο ιμάντας θα μπορούσε να είναι σιδερένια αλυσίδα, όπως ήταν ο ιμάντας του Φίλωνος του Βυζαντίου στην υδροκίνητη καδοφόρο αντλία του. Όπως θα μπορούσε να είναι βεβαίως και πολύ χοντρά σχοινιά.

2 Τυπική λειτουργία ιμάντα

Στο Σχ. 1 συνοψίζουμε την σχετική μηχανική λειτουργία:

Ο εργατοκύλινδρος «1» στρέφεται (χειρακτικώς, στην περίπτωση μας), και μέσω ιμάντος παρασύρει σε στροφή τον (ακίνητο μέχρι στιγμής) κύλινδρο «2» – που θα είναι ο άξονας («άτρακτος») των τροχών της Ελεπόλεως στην περίπτωση μας.

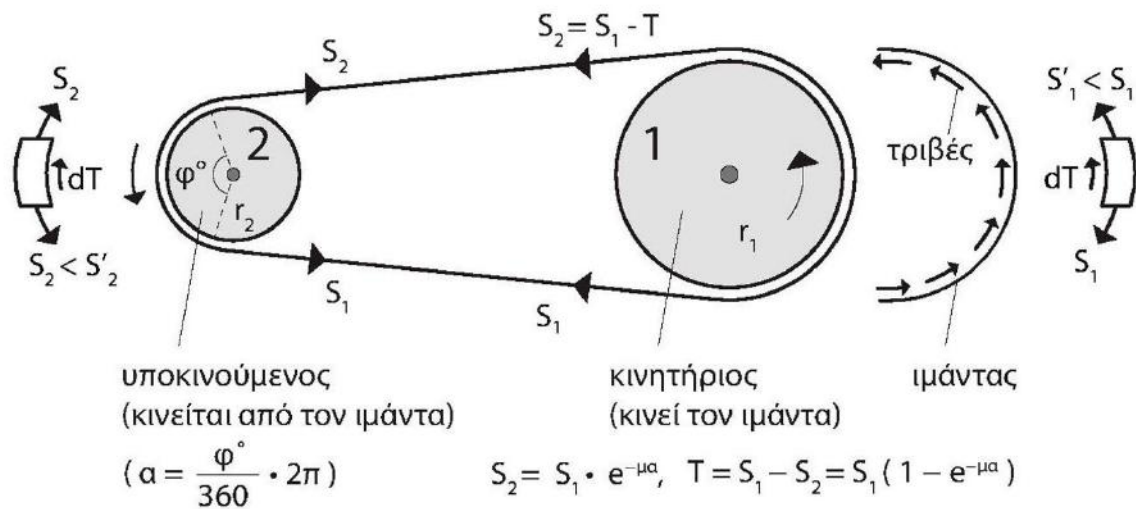
Για ν' αποκτηθεί πίεση στη διεπιφάνεια «κύλινδρος/ιμάντας» (ώστε να μπορεί να επιστρατευθεί τριβή¹), θα χρειασθεί μια προένταση (ενα τέντωμα) του ιμάντα, μέσω μικρής βραδείας απομάκρυνσης των ατράκτων των τροχών, οι οποίες τελικά θα στερεωθούν στη θέση-τους με κατάλληλη σφήνωση των κουσινέτων («αμαξόποδες» τα έλεγαν οι Αρχαίοι).

Το μόνο που θα υπολογίσουμε εμείς τελικώς, θα είναι η μέγιστη δύναμη S_1 που θα χρειασθεί να ασκεί ο ένας κλάδος (ο «έλκων») του ιμάντα (μετά τη δράση των τριβών απ' την περιστροφή του εργατοκύλινδρου), προκειμένου να είναι εφικτή η υπέρβαση των «αντιστάσεων κυλίσεως»² των τροχών της Μηχανής. Βάσει της S_1 , θα υπολογίσουμε και την δύναμη S_2 του

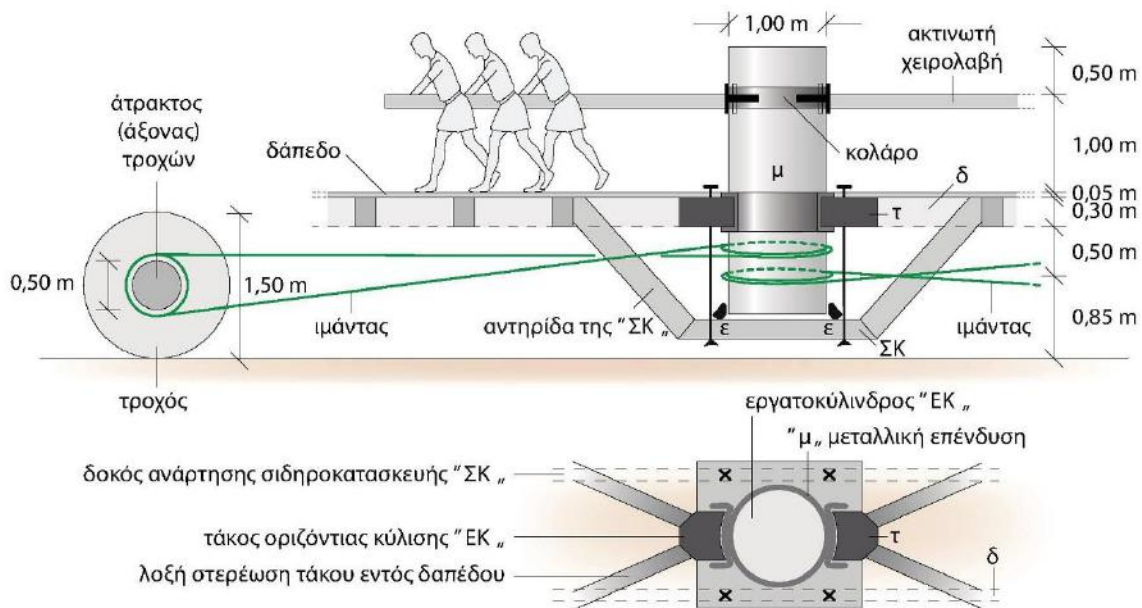
¹ Χάρη στην οποία και μόνον μπορεί να ενεργοποιηθεί η τριβή – δηλαδή η δύναμη μετάδοσης κινήσεως απ' τον εργατοκύλινδρο στους ιμάντες, αλλά κι απ' τους ιμάντες στις ατράκτους των τροχών.

² Αποφεύγουμε εδώ τον συνήθη όρο «τριβές κυλίσεως», πρώτον διότι δέν πρόκειται κυριολεκτικώς περι τριβής σε ολίσθηση, και δεύτερον για ν' αποφευχθεί η σύγχυση με τις τριβές ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρων και ιμάντα.

«ελκόμενου» κλάδου του ιμάντος. Μια καλή προσέγγιση της τιμής της αναγκαίας προέντασης θα ήταν κάτι λιγότερο απ' το άθροισμα $S_1 + S_2$. Σημειώνομε όμως απο τώρα ότι, κατα την Αρχαιότητα, καθώς δέν μπορούσαν να μετράνε τη δύναμη αυτή όταν θα τέντωναν τους ιμάντες, θα χρειαζόταν η εφαρμογή διαδοχικών δοκιμών «ικανότητας ιμαντοποίησης», πρίν να καταλήξουν στην τελική λύση.



Σχήμα 1. Βασική λειτουργία μετάδοσης κινήσεως μέσω ιμάντα.



Σχήμα 2. Εργατοκύλινδρος μεταφέρει περιστροφή στον τροχό. Παριστάνεται επίσης η στήριξη του εργατοκυλίνδρου α) στη βάση-του ε-ε, πάνω σε μια σιδηροκατασκευή «ΣΚ», και β) στα πλαϊνά-της στους τάκους «τ».

3 Περιγραφή της εγκατάστασης (Σχ. 2)

α) Το βάρος του εργατοκυλίνδρου οφείλει να φέρεται απο μίαν υποδομή, την οποία στην περίπτωση-μας αποτελεί μια ανηρητημένη σιδηροκατασκευή «ΣΚ».

Η βάση του κυλίνδρου ε-ε επενδύεται με **μεταλλικό** έλασμα, έτσι ώστε η τριβή στην περιστρεφόμενη βάση να γίνεται μεταξύ μεταλλικών επιφανειών, λιπαινομένων κατα διαστήματα με στέαρ.

β) Εξ άλλου, κατα την οριζόντια διεύθυνση, ο εργατοκύλινδρος (θεωρητικώς) ισορροπεί υπο την επίδραση των αντιθέτων δυνάμεων που ασκούν επάνω-του ο αριστερός και ο δεξιός ιμάντας από τους μπροστινούς και τους πίσω τροχούς. Ωστόσο, στην πραγματικότητα, οι αντίθετες αυτές δυνάμεις δέν θα έχουν ίσες απόλυτες τιμές, αφού οι αντιστάσεις κυλίσεως στο έδαφος δέν θα είναι συνεχώς οι ίδιες στους μπροστινούς και τους πίσω τροχούς. Επομένως, ο εργατοκύλινδρος θα τείνει κατα διαστήματα να εκτραπεί απ' την κατακορυφότητά του. Άρα, έχει ανάγκη απο δύο οριζόντιες στηρίξεις εκατέρωθεν της στάθμης των ιμάντων: Η μία θα είναι χαμηλά στη σιδηροκατασκευή «ΣΚ» η οποία φέρει τη βάση του ε-ε, κι η άλλη θα κείται στη στάθμη του δαπέδου (στους τάκους «τ» του Σχ. 2). Προφανώς, οι αντίστοιχες τριβόμενες επιφάνειες θα είναι επιμεταλλωμένες (και παριστάνονται με κόκκινο χρώμα στο Σχήμα).

γ) Εξ άλλου, η ως άνω σιδηροκατασκευή, καθώς αντιδρά στις κατα διαστήματα ασύμμετρες οριζόντιες δυνάμεις των ιμάντων, χρειάζεται να τις μεταφέρει με ασφάλειαν στον άκαμπτο σκελετό της όλης δομής, μέσω λοξών στηρίξεων, όπως οι σημειούμενες στο Σχ. 2 αντηρίδες «α».

δ) Οι ιμάντες (που σημειώνονται με πράσινο χρώμα στο Σχ. 2) θα ήταν το κύριο κατασκευαστικό πρόβλημα κατα την Αρχαιότητα. Εμείς εδώ τελικώς, δέν θα χρησιμοποιήσομε αλυσίδες, εξαιτίας της αβεβαιότητας των τριβών που προκαλούν πάνω στον δρύινο κύλινδρο. Θα χρησιμοποιήσομε χοντρά σχοινιά, πλήν όμως πλήρως περιτυλιγμένα γύρω απ' τους δύο κυλίνδρους.

ε) Οι ακτινωτές χειρολαβές (στο Σχ. 2) περιστρέφονται χειρακτικώς απο στρατιώτες. Συνδέονται στερρως, πακτωμένες μέσα στον εργατοκύλινδρο. Το αναγκαίο πλήθος στρατιωτών θα υπολογισθεί κατα προσέγγιση στα επόμενα.

στ) Οι δύο άτρακτοι (άξονες) των τροχών θα μας απασχολήσουν ιδιαίτερως, λόγω των μεγάλων εντάσεων στρέψης και κάμψης που δέχονται απ' τη λειτουργία των ιμάντων.

4 Ανάλυση (Σχ. 3)

- Η αντίσταση R στην κύλιση του τροχού είναι

$$R = k \cdot N \quad (1)$$

όπου $k \sim$ συντελεστής αντίστασης κυλίσεως ($\sim 0,04$)

$$N \sim \text{κατακόρυφο φορτίο τροχού } N = \frac{1}{4} \cdot 90^t \cong 20,0^t$$

- Η ροπή M_2 που εισάγεται απ' τον ιμάντα στην άτρακτο, ισοδυναμεί με τη ροπή των δυνάμεων R απ' τους δύο (μπροστινούς, έστω) τροχούς:

$$M_2 = 2R \cdot r_3 \quad (2)$$

- Εξαιτίας των τριβών του ιμάντα στην επιφάνεια της ξυλίνης ατράκτου, ισχύει η εξίσωση (βλ. Σχ. 1)

$$S_2 = S_1 \cdot e^{-\mu\alpha} \quad (3)$$

όπου $\mu \sim$ συντελεστής τριβής και

$$\alpha = 2\pi (\varphi^0 / 360^0)$$

Άλλως, το σύνολον «Τ» των δυνάμεως τριβής στην περιφέρεια, είναι ίσον με

$$T = S_1 - S_2 = S_1(1 - e^{-\mu\alpha}) \quad (4)$$

- Επομένως, η ροπή στρέψεως που εισάγουν οι δυνάμεις τριβής στην άτρακτο είναι

$$M_2 = T \cdot r_2 = S_1(1 - e^{-\mu\alpha}) \cdot r_2 \quad (5)$$

- Εξισώνοντας Εξ. (2) και (5), παίρνουμε, με τη βοήθεια και της (1), απαιτούμενη δύναμη έλκοντος ιμάντα:

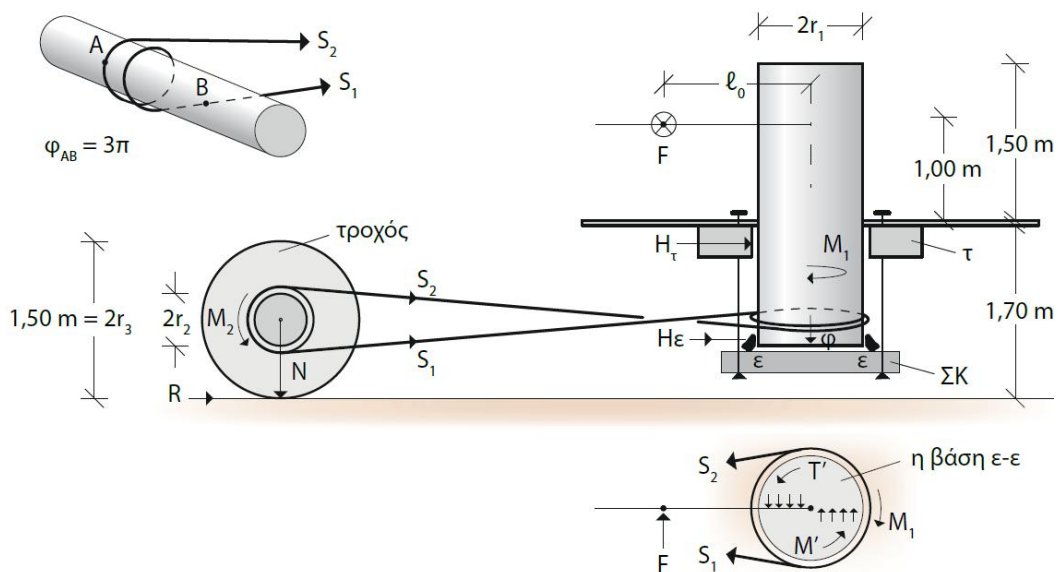
$$S_1 = \left(\frac{2k}{1-e^{-\mu\alpha}} \cdot \frac{r_3}{r_2} \right) \cdot N \quad (6)$$

- Αναφερόμενοι στην περιστροφή του **εργατοκυλίνδρου** τώρα, ευρίσκομε:

- Την επιβαλλόμενη απ' τις ακτινωτές χειρολαβές ροπή στρέψεως

$$M_1 = \Sigma F \cdot \ell_0 \quad (7)$$

όπου «F» η σε κάθε χειρολαβή χαρακτηριστική ώθηση, και « ℓ_0 » ο μοχλοβραχίονάς της.



Σχήμα 3. Υπολογιστικά στοιχεία της εγκατάστασης.

- Την αντίσταση των τριβών στην κυκλική βάση του εργατοκυλίνδρου, καθώς περιστρέφεται πάνω στη σιδηροκατασκευή

$$M' = T' \cdot \frac{r_1}{2} = \mu_m \cdot G \cdot \frac{r_1}{2} \quad (8)$$

όπου

μ_m ~ συντελεστής τριβής μεταξύ μεταλλικών επιφανειών

G ~ το συνολικό βάρος του εργατοκυλίνδρου μαζί με τις ακτινωτές χειρολαβές

- Τις αντιστάσεις τριβών στις πλαϊνές στηρίξεις του εργατοκυλίνδρου όταν, εξαιτίας της τυχαίας ασυμμετρίας³ των δυνάμεων των εκατέρωθεν ιμάντων (βλ. §3β), ο εργατοκυλίνδρος θα τείνει να εκτραπεί απ' την κατακόρυφη θέση του. Τότε, οι οριζόντιες αντιδράσεις H_t και H_ε (βλ. Σχ 3) θα επιτρέψουν την ανάπτυξη τριβών πάνω στις επιμεταλλωμένες επιφάνειες (βλ. κόκκινα χρώματα στις αντίστοιχες θέσεις στο Σχ. 2).

$$H_t + H_\varepsilon = \lambda' \cdot (S_1 + S_2) = \lambda' \cdot S_1 (1 + e^{-\mu\alpha}) \quad (9)$$

Όπου « λ' » ένα ποσοστόν ($\lambda' < 1$) που εκφράζει την ως άνω ασυμμετρίαν.

³ Απομένει να εκτιμήσουμε την τάξη μεγέθους της τυχαίας ασυμμετρίας μεταξύ των δυνάμεων που ασκούν οι εκατέρωθεν ιμάντες του εργατοκυλίνδρου.

Οπότε, αθροιστικώς, η ροπή λόγω αυτών των τριβών θα είναι

$$M'' = \mu'_m \cdot \lambda' \cdot S_1(1 + e^{-\mu\alpha}) \cdot r_1 \quad (10)$$

όπου $\mu'_m \sim$ συντελεστής τριβής επιμεταλλωμένων κατακορύφων επιφανειών, ευχερώς λιπαινομένων.

- Τελικώς, η κινητήρια ροπή του εργατοκυλίνδρου θα είναι

$$M_0 = \Sigma F l_0 - (M' + M'') \quad (11)$$

- Ενώ απ' τις τριβές των δύο ιμάντων στον εργατοκύλινδρο:

$$2 \cdot S_1(1 - e^{-\mu\alpha}) \cdot r_1 = M_0 = \Sigma F l_0 - (M' + M'') \quad (12)$$

- Διαιρώντας κατα μέλη τις εξισώσεις (12) και (6),

$$\Sigma F = \frac{r_1}{l_0} \left[2k \frac{r_3}{r_2} N + \frac{1}{r_1} (M' + M_0) \right] \quad (13)$$

ή, μέσω των (8), (10) και (6), προκύπτει, λαμβάνοντας υπόψιν και τοπικές τριβές (μ_m, μ'_m) και ασυμμετρίες (λ'),

$$\Sigma F = \frac{r_1}{l_0} \left[4k \frac{r_3}{r_2} \left(1 + \lambda' \mu'_m \cdot \frac{1+e^{-\mu\alpha}}{1-e^{-\mu\alpha}} \right) \cdot N + \frac{1}{2} \mu_m G \right] \quad (14)$$

5 Αριθμητικές τιμές

α) Προσωρινά δεδομένα (βλ. και Σχ. 3)

$$r_1 = 0,50^m \quad r_2 = 0,25^m \quad r_3 = 0,75^m \quad l_0 \sim 3,0^m$$

Απο στοιχεία της γραμματείας (π.χ. Βιτρούβιος, 10.15.7), έχομε υπολογίσει για τον συντελεστή «αντίσταση κυλίσεως» $k \cong 0,04$.

β) Αντιθέτως, παραμένει προβληματική η εκτίμηση των συντελεστών τριβής του ιμάντα που θα χρησιμοποιηθεί, καθώς θα τυλίγεται γύρω σε ξύλινο κουσινέτο. Εγκαταλείψαμε την αρχική ιδέα της χρήσης μιας αλυσίδας για ιμάντα, για δύο λόγους: Πρώτον, διότι δέν διαθέτομε στην αρχαία γραμματεία πληροφορίες, απ' τις οποίες θα μπορούσαμε να τεκμάρομε τις απαιτούμενες στην περίπτωση-μας πολύ μεγάλες αντοχές αλυσίδας. Και, δεύτερον, διότι η **σημειακή** επαφή των επίπεδων κρίκων πάνω στην κυλινδρική επιφάνεια, θα αυξήσει την τοπική θλιπτική τάση, και θα μειώσει δυσαναλόγως τον συντελεστή τριβής.

γ) Προσφύγαμε λοιπόν στη χρήση σχοινιών, με μακρά μόν πείρα απ' τους αρχαίους Έλληνες, όχι όμως ως ιμάντες.

Ως συντελεστή τριβής του σχοινοῦ με το ξύλο δρυός θα δεχθούμε κατα προσέγγιση τις τιμές που συνιστώνται στη διεπαφή δερμάτινου ιμάντος και δρυός⁴.

$$\mu = 0,27 \quad \text{εν ξηρώ (έστω } 0,3)$$

Αλλά, για να ελαχιστοποιήσομε τα ενδεχόμενα ολίσθησης ιμάντος, θα τον τυλίξομε μιάμιση φορά ($\alpha = 3\pi$) γύρω στον κάθε κύλινδρο, οπότε θα δώσει μεγάλες τιμές του παράγοντα « $e^{\mu\alpha}$ », όσο μικρή κι αν είναι η τιμή του « μ ».

Πράγματι, ακόμη και για $\mu = 0,1$,

$$\text{μισή περιέλιξη } (\varphi = 180^\circ) \text{ θα έδινε } e^{0,1\pi} = 1,4, \text{ ενώ}$$

$$\text{μιάμιση περιέλιξη } (\varphi = 540^\circ) \text{ θα έδινε } e^{0,1 \cdot 3\pi} = 2,6,$$

όσο δηλαδή θα έδινε μισή περιέλιξη με $\mu' = 0,3!$

Μ' άλλα λόγια, τριπλασιασμός της περιέλιξης, συνεπάγεται το ίδιο αποτέλεσμα αγκύρωσης όσο κι ένας τριπλασιασμός του συντελεστή τριβής. Πάντως, τώρα, για την τιμή $\mu = 0,3$ που δεχθήκαμε, η μιάμιση περιέλιξη του ιμάντα εξασφαλίζει

⁴ Hütte tom. I, 1947 (γαλλ. έκδ.), σελ. 468

$e^{0,3 \cdot 3\pi} = 16,9$ – τιμή η οποία σημαίνει ότι ο «ελκόμενος» κλάδος του ιμάντος είναι σχεδόν **χαλαρός**, αφού η δύναμή-του θα είναι

$$S_2 = S_1 \cdot e^{-\mu\alpha} = 0,06 \cdot S_1$$

δ) Συντελεστές τριβής ανάμεσα σε σιδερένια ελάσματα:

- Τη βάση ε-ε (Σχ. 3) του εργατοκυλίνδρου, που στρέφεται πάνω στη σιδηροκατασκευή, την λιπαίνουμε μεν με στέαρ (ξίγγι), αλλά οι αναμενόμενες εκτροπές του εργατοκυλίνδρου απ' την κατακόρυφο, συνεπάγονται κλίσεις της βάσης «ε-ε» και εκμύζηση στέατος μονόπλευρη: Εμείς θα θεωρήσουμε την επιφάνεια σχεδόν ξηρή, και επομένως θα λάβομε⁵ $\mu_m = 0,25$.

Αντιθέτως, στις κατακόρυφες επιμεταλλωμένες επιφάνειες όπου ασκούνται οι H_T, H_E (Σχ. 3), οι οποίες λιπαίνονται εύκολα με λάδι, θα λάβομε⁶ $\mu'_m = 0,15$.

ε) Βάρος εργατοκυλίνδρου

$$G_1 = \frac{\pi \cdot 1,00^2}{4} \times 3,10 \cdot 700 = 1760 \text{ kg}$$

$$G_2 = \text{ελάσματα} \quad \sim \quad 10$$

Βάρος χειρολαβών (προσωρινό)

$$G_3 = 8 \times 5,0 \cdot 0,10 \cdot 0,20 \cdot 800 = \mathbf{640}$$

$$G = 2,5^t$$

στ) Παραδοχή βαθμού ασυμμετρίας αντιστάσεων κυλίσεως μπροστινών και πίσω τροχών, $\lambda' \sim 25\%$ (για απόσταση ατράκτων $\sim 15 \text{ m}$).

ζ) Σύνολον ωθήσεων (ΣF) περιστροφής εργατοκυλίνδρου (Εξ. 14):

$$\Sigma F = \frac{0,50}{3,00} \left[4 \cdot 0,04 \cdot \frac{0,75}{0,25} \left(1 + \frac{1}{4} \cdot 0,15 \frac{1+e^{-0,3 \cdot 3\pi}}{1-e^{-0,3 \cdot 3\pi}} \right) \cdot 20^t + \frac{1}{2} \cdot 0,25 \cdot 2,5^t \right] \approx 1700 \text{ kg}$$

μοιρασμένο σε 10 ακτινωτές χειρολαβές, η καθεμιά απ' τις οποίες πρέπει να ωθεί με 170 kg, δηλαδή με τέσσερις «ωθητές» στρατιώτες (x 40 kg) η καθεμιά, σύνολο 40 στρατιώτες. Έλεγχος χειρολαβών (διατομής 10x25 cm) σε κάμψη

$$M = 3,0^m \times 170^{\text{kg}} = 510 \text{ kgm}$$

$$\sigma = 6M: bh^2 = 6 \cdot 5100^{\text{Nmm}} \cdot 10^3: 100 \cdot 250^2 = 4,9^{\text{N/mm}^2} < \sigma_{\varepsilon\pi} = 7,0^{\text{N/mm}^2}$$

η) Ροπή στρέψεως στον εργατοκύλινδρο $M_1 = \Sigma F \cdot l_0 - (M' + M'') = 1,7 \cdot 3 - 0,4 = 4,7^{\text{tm}}$

Επιτρέπεται ροπή στρέψεως $\max M$

$$\max M = \lambda \cdot \frac{\pi}{16} d_1^3 \cdot \tau_{\varepsilon\pi} = 0,5 \cdot \frac{\pi}{16} \cdot 1^3 \cdot 100 = 10^{\text{tm}} > M_1 = 4,7^{\text{tm}}$$

όπου $\lambda=0,5$ μειωτικός συντελεστής

λόγω απώλειας διατομής

κυλίνδρου απ' την πάκτωση

των ακτινικών χειρολαβών

$\tau_{\varepsilon\pi} = 1 \text{ MPa}$ για καλή ξυλεία

θ) Μέγιστη δύναμη «έλκοντος» κλάδου του ιμάντα (Εξ. 6)

$$S_1 = \left(\frac{2k}{1 - e^{-\mu\alpha}} \cdot \frac{r_3}{r_2} \right) \cdot N = \left(\frac{2 \cdot 0,04}{1 - e^{-0,3 \cdot 3\pi}} \cdot \frac{0,75}{0,25} \right) \cdot 20^t \cong 5,1^t$$

Επομένως, θα αρκούσε ένα σχοινί περιμέτρου 100 δακτύλων (δηλαδή διαμέτρου περίπου 60 mm) – ένα παλαμάρι, που λεγόταν «τοπείον» ή «σχοινίον». Για λόγους ασφαλείας ίσως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε δύο σχοινιά.

ι) Απομένει ο έλεγχος της ατράκτου (του άξονα) των τροχών.

$$\mathbf{Κάμψη:} \quad M \cong \frac{S_1 \cdot l}{4}$$

⁵ Hütte ό. π. σελ. 468

⁶ Hütte ό. π. σελ. 468

$$\text{όπου } S_1 \sim 5,0^t \quad l=13^m$$

$$M = 5 \cdot 13 : 4 = 16,25^{tm}$$

$$\sigma = M: \frac{\pi d^3}{32} = 16,25: \pi \cdot \frac{0,50^3}{32} = 1330 \text{ t/m}^2 = 133 \text{ kg/cm}^2 > \sigma_{\varepsilon\pi} \sim 70 \text{ kg/cm}^2$$

Επομένως απαιτείται **αύξηση** της διαμέτρου της ατράκτου σε $d=65 \text{ cm}$

(οπότε $\sigma = 60 \text{ kg/cm}^2$)

$$\text{Στρέψη: } \frac{1}{2} M_2 = k N r_3 = 0,04 \cdot 20 \cdot 0,75 = 0,6 \text{ tm}$$

Επιτρεπόμενη ροπή στρέψεως για $d_2 = 50 \text{ m}$

$$\max M_t = \frac{\pi}{16} \cdot d_2^3 \cdot \tau_{\varepsilon\pi}$$

όπου $\tau_{\varepsilon\pi} = 1 \text{ N/mm}^2 = 100 \text{ t/m}^2$ για καλό ξύλο

$$\max M_t = \frac{\pi}{16} 0,5^3 \cdot 100 = 2,5^{tm} > \frac{1}{2} M_2$$

5 Ταχύτητα κινήσεως

- Ξεκινάμε απ' την ταχύτητα κινήσεως των ακραίων προς τα έξω στρατιωτών στις χειρολαβές, την οποία δεχόμαστε ίση με $v = 4 \text{ km/h}$. Αυτοί βρίσκονται σε απόσταση $L = 4,5 \text{ m}$ απ' τον άξονα του εργατοκυλίνδρου.
- Το αντίστοιχο μήκος περιφέρειας του άξονα του εργατοκυλίνδρου είναι

$$\frac{r_1}{L} \cdot v$$

- Το ίδιο μήκος έχει και το τμήμα του παρασυρόμενου ιμάντα.
- Κι όταν αναφερθούμε στην άτρακτο των τροχών, το αντίστοιχο μήκος περιφέρειας αυτής θα είναι πάλι

$$\frac{r_1}{L} \cdot v$$

- Το οποίο αντιστοιχεί σε μήκος περιφέρειας τροχού

$$V = \left(\frac{r_1}{L} \cdot v \right) \cdot \frac{r_3}{r_2}$$

όπου r_1, r_2, r_3 είναι, αντιστοίχως, η ακτίνα του άξονα του εργατοκυλίνδρου ($0,50 \text{ m}$), της ατράκτου ($0,65 : 2 = 0,32 \text{ m}$), και του τροχού ($0,75 \text{ m}$).

- Επομένως, η ταχύτητα κινήσεως της ελεπόλεως του Ποσειδωνίου εκτιμάται ότι μπορεί να ήταν

$$V = \left(\frac{0,50}{4,50} \cdot 4 \right) \cdot \frac{0,75}{0,32} = 1 \text{ km/h}$$

Δηλαδή, για μίαν απόσταση ασφαλείας 400 m , χρειαζόταν περίπου μισή ώρα για να φτάσει και να 'κολλήσει' η ελέπολις στο τείχος – είτε προκειμένου να δράσει ο κριός της, είτε για να αναπετασθεί η 'αναβάθρα' πάνω στη στέψη, προκειμένου να γίνει απόβαση.

6 Συμπέρασμα

α) Τεκμαίρεται ότι η άποψη του Βίτωνος (55.5) για την οιονεί-αυτοκίνηση της Ελέπολης του Ποσειδωνίου, είναι τεχνικώς εφικτή – όπως υποστήριξε ο Marsden (1971, 89) με βάση λίγες αποδείξεις. Ενώ και η αντίθετη άποψη του Lendle (1983, 50), είχε διατυπωθεί χωρίς καμμιάν απόδειξη.

Έχω επομένως τη γνώμη ότι οι δικοί-μας λεπτομερείς υπολογισμοί υποστηρίζουν περαιτέρω την αρχική αφήγηση του Βίτωνος.

β) Τέλος, άς αναφερθούμε εδώ (συνοπτικά, έστω) στον τρόπο με τον οποίον περιγράφεται στην αρχαία γραμματεία η κίνηση των άλλων (πλην του Ποσειδωνίου / Βίτωνος) Ελεπόλεων: Όποια μνεία γίνεται, αναφέρεται σε χειροκίνηση Ελεπόλεων. Είναι μάλιστα χαρακτηριστικός ο εμφανώς λανθασμένος αριθμός «ωθητών» στρατιωτών που αναφέρει ο Διόδωρος (Ιστορίαι, 20.91.7-8) για τη μεγάλη «μηχανή» του Δημητρίου του Πολιορκητή (Ρόδος, 304 π.Χ.): «τρισχίλιοι καί τετρακόσιοι άνδρες». Εμείς ωστόσο, έχομε υποστηρίξει ότι πιθανώς να αρκούσε πλήθος υποδεκαπλάσιον (340 αντί 3400). Παρατηρείται μάλιστα ότι, σ' όλες σχεδόν τις περιπτώσεις, το πλήθος αυτό θα μπορούσε να είναι προστατευμένο στο εσωτερικό της μηχανής, βαδίζοντας και ωθώντας το μεγάλο πλήθος των εγκάρσιων δοκών, τις οποίες αναγκαστικώς έφερε το «έσχάριον» (η βάση) της Ελεπόλεως. Στην προηγούμενη περίπτωση λόγου χάριν, οι εξωτερικές διαστάσεις αυτής της βάσης ήσαν 23x23 m. Άρα, σε κάθε εγκάρσια δοκό χωρούσαν 40 άνδρες – και χρειαζόνταν 8 τέτοιες εσωτερικές δοκοί (μία ανα 2,5 m περίπου), προκειμένου να χωρέσουν οι απαιτούμενοι 340 πεζοί ωθητές.⁷

Προς τον Καθηγητή ΕΜΠ Χ. Παπαδόπουλον, οφείλονται ευχαριστίες για την καλοσύνη που είχε να ελέγξει τους υπολογισμούς αυτού του άρθρου. Τα σχήματα του άρθρου οφείλονται στον συγγραφέα, έχουν δε ανασχεδιασθεί απ' την Μαρία Σουλτάνη.

Βιβλιογραφία

- Lendle, O. *Texte und Untersuchungen zum Technischen Bereich der Antiken Poliorketik*, Franz Steiner Verlag GmbH, Wiesbaden, 1983.
- Marsden, E.W. *Greek and Roman Artillery – Technical Treatises*, Clarendon Press. Oxford, 1971.
- Βίτων. "Biton's Construction of War Machines and Artillery". In: Marsden 1971: 61-103.
- Βιτρούβιος. *Περί αρχιτεκτονικής*, επιμ.: Π. Λέφας, Πλέθρον, Αθήνα, 1998.
- Φίλων ο Βυζάντιος. *Le livre des appareils pneumatiques et des machines hydrauliques*, edité d'après les versions Arabes d' Oxford et de Constantinople et traduit en Français, par le Baron Carra de Vaux, Imprimerie Nationale, Paris, 1903.

⁷ (8+1) x 40 = 360 > 340

ΑΙΓΙΔΑ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Υπουργείο Πολιτισμού

ΧΟΡΗΓΟΙ



ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗ



ΜΕΓΑΡΟ
ΜΟΥΣΙΚΗΣ
ΑΘΗΝΩΝ